

CÁC BÀI TOÁN VỀ “TÍNH TUỔI”

Trong chương trình toán tiểu học, toán về tính tuổi được đưa vào khi học về phân số học và giải toán có lời văn vì vậy nó có mặt ở tất cả các lớp. Để giúp các bạn hệ thống lại các bài toán về tính tuổi, đồng thời biết được cách giải của từng loại toán, chúng tôi hệ thống và phân thành 8 loại như sau:

Loại 1. Tính tuổi liên quan đến số trung bình cộng

Phương pháp chung để giải dạng toán loại này là áp dụng phương pháp tìm số trung bình cộng của nhiều số để giải.

Ví dụ 1. Tuổi trung bình của cô giáo chủ nhiệm và 33 học sinh trong lớp 4A là 12. Nếu không kể cô giáo chủ nhiệm thì tuổi trung bình của 33 học sinh trong lớp 4A là 11. Tính tuổi cô giáo.

Phân tích. Từ giả thiết của bài toán ta tính được tổng số tuổi của cô giáo và 33 học sinh, tổng số tuổi của 33 học sinh. Từ đó ta tính được tuổi của cô giáo.

Giải.

Tổng số tuổi của cô giáo và 33 học sinh là:

$$12 \times 34 = 408 \text{ (tuổi).}$$

Tổng số tuổi của 33 học sinh là:

$$11 \times 33 = 363 \text{ (tuổi).}$$

Tuổi của cô giáo là: $408 - 363 = 45$ (tuổi).

Đáp số: 45 tuổi.

Ví dụ 2. Trung bình cộng tuổi của ông, tuổi của bố và tuổi của cháu là 36 tuổi, trung bình cộng tuổi bố và tuổi cháu là 23 tuổi. Ông hơn cháu 54 tuổi. Hỏi tuổi của ông, của bố, của cháu là bao nhiêu?

Phân tích. Từ giả thiết của bài toán ta tính được tổng số tuổi của ông, bố và cháu; tổng số tuổi của bố và cháu. Từ đó ta tính được tuổi của ông. Theo giả thiết ông hơn cháu 54 tuổi, ta tính được tuổi của cháu. Biết tuổi của cháu ta tính được tuổi của bố.

Giải.

Tổng số tuổi của ông, bố và cháu là: $36 \times 3 = 108$ (tuổi).

Tổng số tuổi của bố và cháu là: $23 \times 2 = 46$ (tuổi).

Tuổi của ông là: $108 - 46 = 62$ (tuổi).

Tuổi của cháu là: $62 - 54 = 8$ (tuổi).

Tuổi của bố là: $46 - 8 = 38$ (tuổi).

Đáp số: ông: 62 tuổi ; bố: 38 tuổi ; cháu: 8 tuổi.

Ví dụ 3. Trong giải vô địch bóng đá thế giới “Mundial 90” có đội bóng của một nước mà tuổi trung bình của 11 cầu thủ ra sân lớn hơn một tuổi so với tuổi trung bình của 10 cầu thủ (không tính tuổi đội trưởng). Tính xem tuổi của đội trưởng nhiều hơn tuổi trung bình của cả đội là bao nhiêu?

Phân tích. Từ giả thiết tuổi trung bình của 11 cầu thủ ra sân lớn hơn một tuổi so với tuổi trung bình của 10 cầu thủ (không tính tuổi đội trưởng), ta nghĩ đến cách bớt tuổi của đội trưởng để tuổi trung bình của 11 cầu thủ bằng tuổi trung bình của 10 cầu thủ. Từ đó ta sẽ tìm được đáp số bài toán.

Giải.

Nếu bớt tuổi của đội trưởng đi 11 tuổi thì tổng số tuổi của cả 11 cầu thủ bị bớt đi 11 tuổi. Suy ra số tuổi trung bình của cả đội bị bớt đi là: $11 : 11 = 1$ (tuổi); và bằng số tuổi trung bình của 10 cầu thủ (không kể đội trưởng).

Vậy tuổi của đội trưởng hơn tuổi trung bình của toàn đội là:

$$11 - 1 = 10 \text{ (tuổi).}$$

Đáp số: 10 tuổi.

Loại 2. Tính tuổi khi biết giá trị một phân số của số tuổi

Phương pháp chung để giải dạng toán loại này là áp dụng cách giải bài toán “Tìm một số biết giá trị một phân số của số đó” để giải.

Ví dụ 4. Tuổi của con gái bằng $\frac{1}{4}$ tuổi mẹ, tuổi của con trai bằng $\frac{1}{5}$ tuổi mẹ. Tổng số tuổi của con gái và con trai là 18. Hỏi mẹ bao nhiêu tuổi?

Phân tích. Ta tính tổng số tuổi của con gái và con trai bằng mấy phần tuổi mẹ. Từ đó đưa bài toán về dạng “Tìm một số biết giá trị một phân số của số đó” để giải.

Giải.

$$\text{Phân số chỉ 18 tuổi là: } \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20} \text{ (tuổi mẹ).}$$

$$\text{Tuổi của mẹ là: } 18 : \frac{9}{20} = 40 \text{ (tuổi).}$$

Đáp số: 40 tuổi.

Ví dụ 5. Tính tuổi của ông biết: Thời niên thiếu chiếm $\frac{1}{5}$ cuộc đời của ông, $\frac{1}{8}$ cuộc đời còn lại là thời sinh viên, $\frac{1}{7}$ cuộc đời còn lại sau thời sinh viên ông được học ở trường quân đội, tiếp theo ông được rèn luyện 7 năm liền và sau đó được vinh dự trực tiếp đánh Mĩ và thời gian đánh Mĩ vừa tròn $\frac{1}{2}$ cuộc đời của ông.

Phân tích. Ta tính số năm theo từng giai đoạn của cuộc đời ông, tiếp đó tính xem 7 năm ứng với mấy phần của cuộc đời ông. Sau đó đưa bài toán về dạng “Tìm một số biết giá trị một phân số của số đó” để giải.

Giải.

Số năm còn lại sau thời niên thiếu của ông là:

$$1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \text{ (số tuổi của ông)}$$

$$\text{Thời sinh viên của ông có số năm là: } \frac{4}{5} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{10} \text{ (số tuổi của ông)}$$

Số năm còn lại sau thời sinh viên của ông là:

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{10} = \frac{7}{10} \text{ (số tuổi của ông)}$$

Số năm học ở trường quân đội của ông là: $\frac{7}{10} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{10}$ (số tuổi của ông)

Do đó, 7 năm rèn luyện của ông ứng với:

$$1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{10} \text{ (số tuổi của ông)}$$

Số tuổi của ông là: $7 : \frac{1}{10} = 70$ (tuổi).

Đáp số: 70 tuổi.

Loại 3. Tính tuổi khi biết tổng và hiệu số tuổi của hai người

Phương pháp chung để giải dạng toán loại này là xác định tổng và hiệu số tuổi của hai người để đưa về bài toán quen thuộc “Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số”.

Ví dụ 6. Tổng số tuổi của hai bố con là 52 tuổi. Biết rằng bố 28 tuổi mới sinh con. Tính tuổi bố, tuổi con.

Phân tích. Bài toán này cho biết tổng nhưng ẩn hiệu. Từ giả thiết bố 28 tuổi mới sinh con ta suy ra bố hơn con 28 tuổi. Biết tổng 52 và hiệu 28, ta dễ dàng tính được tuổi bố, tuổi con.

Giải.

Vì bố 28 tuổi mới sinh con nên suy ra bố hơn con 28 tuổi.

Tuổi bố là: $(52 + 28) : 2 = 40$ (tuổi)

Tuổi của con là: $40 - 28 = 12$ (tuổi).

Đáp số: bố: 40 tuổi ; con: 12 tuổi.

Ví dụ 7. Anh hơn em 5 tuổi. Biết rằng 5 năm nữa tổng số tuổi của hai anh em là 25. Tính tuổi anh, tuổi em hiện nay.

Phân tích. Bài toán này cho biết hiệu nhưng ẩn tổng. Từ giả thiết 5 năm nữa tổng số tuổi của hai anh em là 25 ta suy ra được tổng số tuổi của hai anh em hiện nay. Từ đó ta tính được tuổi anh, tuổi em hiện nay.

Giải.

Năm năm nữa tổng số tuổi của hai anh em sẽ tăng là: $5 + 5 = 10$ (tuổi)

Tổng số của hai anh em hiện nay là: $25 - 10 = 15$ (tuổi)

Số tuổi của anh hiện nay là: $(15 + 5) : 2 = 10$ (tuổi)

Số tuổi của em hiện nay là: $10 - 5 = 5$ (tuổi)

Đáp số: anh: 10 tuổi ; em: 5 tuổi.

Ví dụ 8. Tổng số tuổi của bố, mẹ và con gái là 120 tuổi. Biết rằng tổng số tuổi của bố và con gái hơn mẹ 20 tuổi, hiệu giữa tuổi bố và con gái là 40 tuổi. Tính tuổi của mỗi người.

Phân tích. Bài toán này ẩn cả tổng và hiệu. Coi tổng số tuổi của bố và con gái là số lớn, tuổi mẹ là số bé ta sẽ tính được tuổi mẹ và tổng số tuổi của bố và con

gái. Kết hợp với giả thiết hiệu giữa tuổi bố và con gái là 40 tuổi, ta sẽ tìm được tuổi của mỗi người.

Giải.

Coi tổng số tuổi của bố và con gái là số lớn, tuổi mẹ là số bé ta có:

Tuổi của mẹ là: $(120 - 20) : 2 = 50$ (tuổi)

Tổng số tuổi của bố và con gái là: $50 + 20 = 70$ (tuổi)

Tuổi của bố là: $(70 + 40) : 2 = 55$ (tuổi)

Tuổi của con gái là: $55 - 40 = 15$ (tuổi).

Đáp số: bố: 55 tuổi ; mẹ: 50 tuổi ; con gái: 15 tuổi.

Loại 4. Tính tuổi khi biết tổng và tỉ số tuổi của hai người

Phương pháp chung để giải dạng toán loại này là xác định tổng và tỉ số tuổi của hai người để đưa về bài toán quen thuộc “Tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số”.

Ví dụ 9. Hiện nay tuổi bố gấp 4 lần tuổi con. Biết rằng 5 năm nữa thì tổng số tuổi của hai bố con là 55 tuổi. Tính tuổi bố, tuổi con hiện nay.

Phân tích. Bài toán cho biết tỉ số tuổi của hai bố con hiện nay. Ta cần tìm tổng số tuổi hiện nay của hai bố con. Từ giả thiết 5 năm nữa thì tổng số tuổi của hai bố con là 55 tuổi, ta suy ra được tổng số tuổi hiện nay của hai bố con.

Giải.

Tổng số tuổi của hai bố con hiện nay là: $55 - (5 + 5) = 45$ (tuổi)

Tuổi của bố hiện nay là: $45 : (1 + 4) \times 4 = 36$ (tuổi)

Tuổi con hiện nay là: $45 - 36 = 9$ (tuổi)

Đáp số: bố: 36 tuổi ; con: 9 tuổi.

Ví dụ 10. Tuổi bố gấp 3 lần tuổi anh, tuổi anh gấp 2 lần tuổi em; tuổi bố cộng tuổi em là 42 tuổi. Tính tuổi bố, tuổi anh và tuổi em.

Phân tích. Bài toán cho biết tổng số tuổi của bố và em. Ta cần tìm tỉ số tuổi của bố và em. Từ giả thiết tuổi bố gấp 3 lần tuổi anh, tuổi anh gấp 2 lần tuổi em, ta suy ra nếu coi tuổi em là 1 phần thì tuổi anh là 2 phần và tuổi bố là 6 phần như thế. Từ đó ta tính được giá trị 1 phần, tính được tuổi của mỗi người.

Giải.

Coi tuổi của em là 1 phần thì tuổi của anh là 2 phần và tuổi của bố là 6 phần như thế. Tổng số tuổi của bố và em gồm: $6 + 1 = 7$ (phần).

Giá trị 1 phần hay tuổi của em là: $42 : 7 = 6$ (tuổi)

Tuổi của anh là: $6 \times 2 = 12$ (tuổi)

Tuổi của bố là: $12 \times 3 = 36$ (tuổi).

Đáp số: bố: 36 tuổi ; anh: 12 tuổi ; em: 6 tuổi.

Ví dụ 11. Tổng số tuổi của hai anh em là 27. Biết $\frac{2}{3}$ số tuổi của em bằng $\frac{1}{3}$ số tuổi của anh. Tính tuổi anh, tuổi em.

Phân tích. Bài toán cho biết tổng số tuổi của hai anh em. Ta cần tìm tỉ số tuổi của hai anh em. Để tìm tỉ số tuổi của hai anh em ta cần quy đồng tử số của hai phân số.

Giải.

Ta có: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$. Suy ra $\frac{2}{3}$ số tuổi của em bằng $\frac{2}{6}$ số tuổi của anh, hay $\frac{1}{3}$ số tuổi của em bằng $\frac{1}{6}$ số tuổi của anh. Do đó nếu ta coi số tuổi của em là 3 phần bằng nhau thì số tuổi của anh là 6 phần như thế.

Tổng số tuổi của hai anh em gồm: $3 + 6 = 9$ (phần)

Tuổi của em là: $27 : 9 \times 3 = 9$ (tuổi)

Tuổi của anh là: $27 - 9 = 18$ (tuổi).

Đáp số: anh: 18 tuổi ; em: 9 tuổi.

Loại 5. Tính tuổi khi biết hiệu và tỉ số tuổi của hai người

Phương pháp chung để giải dạng toán loại này là xác định hiệu và tỉ số tuổi của hai người để đưa về bài toán quen thuộc “Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số”. Với bài toán tính tuổi thì “hiệu số tuổi của hai người” là một đại lượng không thay đổi. Dựa vào đại lượng này ta có thể giải được nhiều bài toán tính tuổi.

Ví dụ 12. Cha hiện nay 43 tuổi. Nếu tính sang năm thì tuổi cha vừa gấp 4 lần tuổi con hiện nay. Hỏi lúc con mấy tuổi thì tuổi cha gấp 5 lần tuổi con ? Có bao giờ tuổi cha gấp 4 lần tuổi con không ? Vì sao ?

Phân tích. Bài toán cho biết tỉ số giữa tuổi cha với tuổi con (gấp 5 lần, gấp 4 lần). Ta cần tìm hiệu số của tuổi cha và tuổi con. Từ giả thiết cha hiện nay 43 tuổi và sang thì tuổi cha vừa gấp 4 lần tuổi con hiện nay, ta tính được tuổi con hiện nay. Từ đó tính được hiệu số của tuổi cha và tuổi con.

Giải.

Tuổi cha sang năm là: $43 + 1 = 44$ (tuổi)

Tuổi con hiện nay là: $44 : 4 = 11$ (tuổi)

Tuổi cha hơn tuổi con là: $43 - 11 = 32$ (tuổi).

• Khi tuổi cha gấp 5 lần tuổi con thì cha vẫn hơn con 32 tuổi.

Coi tuổi con là 1 phần thì tuổi cha là 5 phần như thế, suy ra tuổi cha hơn tuổi con số phần là: $5 - 1 = 4$ (phần).

Giá trị 1 phần hay tuổi con là: $32 : 4 = 8$ (tuổi).

Vậy khi con 8 tuổi thì tuổi cha gấp 5 lần tuổi con.

• Nếu tuổi cha gấp 4 lần tuổi con thì khi đó coi tuổi con là 1 phần thì tuổi cha là 4 phần như thế, suy ra tuổi cha hơn tuổi con số phần là: $4 - 1 = 3$ (phần).

Khi đó cha vẫn hơn con 32 tuổi nhưng vì 32 không chia hết cho 3 nên tuổi cha không bao giờ gấp 4 lần tuổi con (tuổi của mỗi người hàng năm là một số tự nhiên).

Đáp số: 8 tuổi ; không xảy ra.

Ví dụ 13. Hiện nay, tuổi bố gấp 7 lần tuổi con. Sau 10 năm nữa, tuổi bố gấp 3 lần tuổi con. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Phân tích. Bài toán yêu cầu tính số tuổi của hai bố con hiện nay nhưng chỉ cho biết: Tỉ số tuổi của hai bố con ở hai thời điểm khác nhau. Khoảng cách thời gian giữa hai thời điểm đó. Nhưng ta có thể dễ dàng phát hiện ra một điều kiện nữa của bài toán, đó là “hiệu số tuổi của hai bố con là không đổi”. Từ đó ta có thể giải được bài toán như sau.

Giải.

Hiện nay, nếu tuổi con là 1 phần thì tuổi bố là 7 phần như thế. Hiệu số tuổi của hai bố con hiện nay là: $7 - 1 = 6$ (phần).

Hiện nay, tỉ số giữa tuổi con và hiệu số tuổi của hai bố con là: $1 : 6 = \frac{1}{6}$.

Sau 10 năm nữa, nếu tuổi con là 1 phần thì tuổi bố là 3 phần như thế (mỗi phần bây giờ có giá trị khác mỗi phần ở trên). Sau 10 năm nữa hiệu số tuổi của hai bố con là: $3 - 1 = 2$ (phần).

Sau 10 năm nữa tỉ số giữa tuổi con và hiệu số tuổi của hai bố con là: $1 : 2 = \frac{1}{2}$.

Vì hiệu số tuổi của hai bố con không bao giờ thay đổi nên ta có thể so sánh về tỉ số giữa tuổi con hiện nay và tuổi con sau 10 năm nữa.

Tuổi con hiện nay bằng $\frac{1}{6}$ hiệu số tuổi của hai bố con. Tuổi con sau 10 năm nữa bằng $\frac{1}{2}$ hay $\frac{3}{6}$ hiệu số tuổi của hai bố con. Vậy tuổi con sau 10 năm nữa gấp 3 lần tuổi con hiện nay.

Tuổi con hiện nay là: $10 : (3 - 1) = 5$ (tuổi)

Tuổi bố hiện nay là: $5 \times 7 = 35$ (tuổi)

Đáp số: Con: 5 tuổi ; Bố: 35 tuổi.

Ví dụ 14. Trước đây 4 năm tuổi mẹ gấp 6 lần tuổi con. Sau 4 năm nữa, tỉ số giữa tuổi con và tuổi mẹ là $\frac{3}{8}$. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

Phân tích. Bài toán này đặt ra ba thời điểm khác nhau (trước đây 4 năm, hiện nay và sau đây 4 năm). Nhưng chúng ta chỉ cần khai thác bài toán ở hai thời điểm: trước đây 4 năm và sau đây 4 năm nữa. Ta phải tính được khoảng cách thời gian giữa hai thời điểm này. Bài toán này có thể giải tương tự như bài toán ở ví dụ 6.13.

Giải.

Trước đây 4 năm nếu tuổi con là 1 phần thì tuổi mẹ là 6 phần như thế. Hiệu số tuổi của hai mẹ con là: $6 - 1 = 5$ (phần).

Vậy trước đây 4 năm, tỉ số giữa tuổi con và hiệu số tuổi của hai mẹ con là: $1 : 5 = \frac{1}{5}$. Sau 4 năm nữa, nếu tuổi con được chia thành 3 phần bằng nhau thì tuổi mẹ có 8 phần như thế. Hiệu số tuổi của hai mẹ con là: $8 - 3 = 5$ (phần).

Vậy 4 năm nữa tỉ số giữa tuổi con và hiệu số tuổi của hai mẹ con là: $3 : 5 = \frac{3}{5}$.

Vì hiệu số tuổi của hai mẹ con là không thay đổi nên ta có thể so sánh tuổi con trước đây 4 năm và tuổi con sau đây 4 năm. Ta có tuổi con sau 4 năm nữa gấp 3 lần tuổi con trước đây 4 năm và tuổi con sau 4 năm nữa hơn tuổi con trước đây 4 năm là: $4 + 4 = 8$ (tuổi).

Tuổi con trước đây 4 năm là: $8 : (3 - 1) = 4$ (tuổi)

Tuổi mẹ trước đây 4 năm là: $4 \times 6 = 24$ (tuổi)

Tuổi con hiện nay là: $4 + 4 = 8$ (tuổi)

Tuổi mẹ hiện nay là: $24 + 4 = 28$ (tuổi)

Đáp số: Con: 8 tuổi ; Mẹ: 28 tuổi.

Loại 6. Tính tuổi khi biết hai hiệu số tuổi

Phương pháp chung để giải dạng toán loại này là xác định từng hiệu số tuổi của hai người ở từng thời điểm khác nhau để đưa về bài toán “Tìm hai số khi biết hai hiệu số”.

Các bước chủ yếu để giải là:

1) Xác định hiệu thứ nhất là hiệu số tuổi của hai người, thường được thực hiện bằng một phép trừ.

2) Xác định hiệu thứ hai bằng cách xác định sự hơn kém giữa hai số tuổi ở thời điểm khác, có thể phải thực hiện bằng phương pháp suy luận.

3) Thực hiện phép chia hiệu thứ nhất cho hiệu thứ hai (theo cách gọi ở bước 1 và 2) để xác định được một số phải tìm.

4) Thực hiện các phép tính tiếp theo để xác định được số phải tìm thứ hai.

Ví dụ 15. Hiện nay mẹ 30 tuổi, con gái 5 tuổi, con trai 1 tuổi. Hỏi bao lâu nữa thì tuổi mẹ bằng tổng số tuổi của hai con ?

Phân tích. Trước hết ta tìm hiệu số giữa tuổi mẹ và tuổi hai con hiện nay. Tiếp theo suy luận để tìm ra cứ sau mỗi năm thì hiệu số tuổi trên sẽ giảm đi bao nhiêu. Lấy hiệu thứ nhất chia cho hiệu thứ hai ta sẽ tìm được đáp số bài toán.

Giải.

Hiện nay tổng số tuổi của hai con là: $5 + 1 = 6$ (tuổi)

Hiệu số giữa tuổi mẹ và tuổi hai con hiện nay là: $30 - 6 = 24$ (tuổi)

Cứ sau một năm thì hai con tăng thêm 2 tuổi còn mẹ chỉ tăng thêm 1 tuổi nên hiệu số trên sẽ bị giảm đi 1 tuổi. Khi hiệu số trên giảm đến bằng 0 thì tuổi mẹ bằng tổng số tuổi của hai con.

Số năm để tuổi mẹ bằng tổng số tuổi của hai con là: $24 : 1 = 24$ (năm).

Đáp số: 24 năm.

Ví dụ 16. Năm nay bác Văn 45 tuổi. Bác có ba người con, tuổi của mỗi người con lần lượt là 15 tuổi, 11 tuổi và 7 tuổi. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa thì tuổi của bác Văn bằng tổng số tuổi của ba người con ?

Phân tích. Cách giải bài toán này hoàn toàn tương tự như cách giải ở bài toán trên.

Giải.

Năm nay, tuổi bác Văn hơn tổng số tuổi của ba người con là:

$$45 - (15 + 11 + 7) = 12 \text{ (tuổi)}$$

Mỗi năm bác Văn tăng 1 tuổi còn ba người con tăng 3 tuổi nên mỗi năm hiệu số trên sẽ bị giảm đi số tuổi là: $3 - 1 = 2$ (tuổi)

Khi hiệu số trên giảm đến bằng 0 thì tuổi của bác Văn bằng tổng số tuổi của ba người con.

$$\text{Số năm cần tìm là: } 12 : 2 = 6 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 6 năm.

Loại 7. Tính tuổi liên quan đến cấu tạo thập phân của số

Với dạng toán này ta thường sử dụng hai phương pháp sau: Phương pháp dùng chữ thay số (dùng các chữ cái thay cho các chữ số), phương pháp lựa chọn (liệt kê tất cả các trường hợp có thể xảy ra trong các điều kiện của bài toán, trên cơ sở đó ta kiểm tra từng trường hợp xem có trường hợp nào đúng với điều kiện bài toán không và đó chính là đáp số của bài toán).

Ví dụ 17. Thế kỉ XX dân tộc ta có hai sự kiện lịch sử trọng đại. Hai năm xảy ra hai sự kiện lịch sử trọng đại đó có các chữ số của năm này giống các chữ số của năm kia, chỉ khác nhau ở vị trí của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị. Biết rằng tổng các chữ số của một năm thì bằng 19 và nếu tăng chữ số hàng chục lên 3 đơn vị thì chữ số hàng chục gấp đôi chữ số hàng đơn vị.

Tính xem hai năm đó là những năm nào.

(Đề thi HSG lớp 5 tỉnh Nam Định, năm 2000)

Phân tích. Vì hai năm đó thuộc thế kỉ XX nên ta suy ra được hai chữ số đầu của hai năm đó là 19. Mặt khác theo bài ra, các chữ số của năm này giống các chữ số của năm kia, chỉ khác nhau ở vị trí của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị nên ta chỉ cần tìm một năm sau đó đổi vị trí của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị ta sẽ tìm được năm còn lại.

Giải.

Gọi hai năm cần tìm là $\overline{19ab}$ và $\overline{19ba}$ (với a, b là số tự nhiên bé hơn 10).

Theo bài ra ta có: $1 + 9 + a + b = 19$, suy ra $a + b = 19 - (1 + 9) = 9$.

Xét số $\overline{19ab}$, theo bài ra ta có: $a + 3 = b \times 2$. Suy ra: $a = b \times 2 - 3$.

Cộng thêm $a \times 2$ vào hai biểu thức ta có :

$$a \times 2 + a = a \times 2 + b \times 2 - 3$$

$$a \times (2 + 1) = 2 \times (a + b) - 3$$

Vì $a + b = 9$ nên thay vào ta có: $a \times 3 = 2 \times 9 - 3 = 15$.

Suy ra $a = 15 : 3 = 5$. Do đó $b = 9 - 5 = 4$.

Các số phải tìm là 1954 và 1945.

Đáp số: 1954 ; 1945.

Ví dụ 18. *Vũ Hữu cùng với Lương Thế Vinh*

Hai nhà toán học, một năm sinh

Thực hành, tính toán đều thông thạo

Vẻ vang dân tộc nước non mình.

(Những bài toán hay trên TT1)

Năm sinh của hai ông là một số có bốn chữ số, tổng các chữ số bằng 10. Nếu viết năm sinh theo thứ tự ngược lại thì năm sinh không đổi. Bạn có tính được năm sinh của hai ông không ?

Phân tích. Từ các giả thiết: năm sinh của hai ông là một số có bốn chữ số và nếu viết năm sinh theo thứ tự ngược lại thì năm sinh không đổi, ta suy ra được năm sinh của hai ông có dạng \overline{abba} , với $a < 3$ (vì hiện nay đang là thế kỉ XXI), $b < 10$ (vì b là chữ số). Kết hợp với giả thiết tổng các chữ số bằng 10, ta sẽ tìm được năm sinh của hai ông.

Giải.

Gọi năm sinh của hai ông là \overline{abba} (với $a > 0$, $a < 3$; $b < 10$).

Theo bài ra ta có: $a + b + b + a = 10$ hay $(a + b) \times 2 = 10$. Suy ra $a + b = 5$.

Vì $a > 0$ và $a < 3$ nên $a = 1$ hoặc $a = 2$.

- Nếu $a = 1$ thì $b = 5 - 1 = 4$. Khi đó năm sinh của hai ông là 1441 (đúng).
- Nếu $a = 2$ thì $b = 5 - 2 = 3$. Khi đó năm sinh của hai ông là 2332 (loại).

Vậy hai ông Vũ Hữu và Lương Thế Vinh sinh năm 1441.

Đáp số: 1441.

Loại 8. Các bài toán tính tuổi không điển hình

Đây là các bài toán tính tuổi không theo một cấu trúc nhất định mà mỗi bài toán có một đặc điểm riêng nên cũng không có một phương pháp giải chung nào. Tuy nhiên, phương pháp thường được sử dụng để giải là phương pháp lựa chọn kết hợp với phương pháp suy luận logic.

Ví dụ 19. Một phân xưởng có 25 người. Hỏi rằng trong phân xưởng đó có thể có 20 người ít hơn 30 tuổi và 15 người nhiều hơn 20 tuổi được không ?

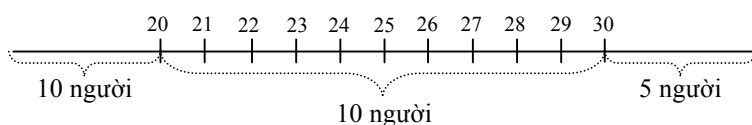
Phân tích. Vì chỉ có 25 người mà trong đó có 20 người ít hơn 30 tuổi và 15 người nhiều hơn 20 tuổi nên suy ra sẽ có một số người được đếm hai lần. Số người được đếm hai lần này chính là số người có độ tuổi ít hơn 30 tuổi và nhiều hơn 20 tuổi. Từ số người này ta suy luận ra được số người: từ 30 tuổi trở lên, 20 trở xuống, ít hơn 30 tuổi và nhiều hơn 20 tuổi. Từ đó ta tìm được câu trả lời cho bài toán.

Giải.

Vì chỉ có 25 người mà trong đó có 20 người ít hơn 30 tuổi và 15 người nhiều hơn 20 tuổi nên suy ra số người được đếm hai lần là: $(20 + 15) - 25 = 10$ (người).

Đây chính là số người có độ tuổi ít hơn 30 tuổi và nhiều hơn 20 tuổi (từ 21 đến 29 tuổi).

Ta có sơ đồ:



Số người từ 30 tuổi trở lên là: $25 - 20 = 5$ (người)

Số người từ 20 tuổi trở xuống là: $25 - 15 = 10$ (người)

Số người ít hơn 30 tuổi là: $10 + 10 = 20$ (người)

Số người nhiều hơn 20 tuổi là: $10 + 5 = 15$ (người)

Vậy có thể có 20 người ít hơn 30 tuổi và 15 người nhiều hơn 20 tuổi được.

Ví dụ 20. Tuổi của cô giáo hiện nay gần 40 hơn là 30; 12 năm trước tuổi của cô gần 20 hơn là 30. Hỏi hiện nay cô bao nhiêu tuổi ?

Phân tích. Bài toán cho biết tuổi của cô giáo hiện nay gần 40 hơn là 30 nên ta sẽ tìm được những số gần với 40 (36, 37, 38, 39), tương tự ta cũng sẽ tìm được những số gần với 20 (21, 22, 23, 24). Lần lượt lấy các số lớn trừ đi 12, rồi đối chiếu với các số nhỏ, ta sẽ tìm được đáp số bài toán.

Giải.

Tuổi của cô giáo hiện nay gần 40 hơn là 30 nên chỉ có thể là 36, 37, 38, 39. Tuổi của cô 12 năm trước gần 20 hơn là 30 nên chỉ có thể là 21, 22, 23, 24.

Ta thấy $36 - 12 = 24$ còn các số 37, 38, 39 trừ đi 12 đều lớn hơn 24.

Vậy cô giáo hiện nay 36 tuổi.

Đáp số: 36 tuổi.

Ví dụ 21. Có ba bạn tên là Sáu, Bảy, Tám. Tuổi của ba bạn này là 6 tuổi, 7 tuổi, 8 tuổi. Một lần cùng nhau dạo chơi, bạn 6 tuổi nhận xét: “Tuổi của mỗi đứa chúng mình không trùng tên với mỗi đứa”. Bạn Bảy trả lời: “Nhận xét của bạn hoàn toàn đúng”. Hãy xác định tuổi của mỗi bạn.

Phân tích. Từ tình huống của bài toán: bạn 6 tuổi nhận xét và bạn Bảy trả lời, ta suy ra bạn 6 tuổi đang trò chuyện với bạn Bảy. Do đó bạn 6 tuổi không thể có tên là Bảy. Mặt khác, vì tuổi của mỗi người không trùng với tên nên ta suy ra được bạn 6 tuổi tên Tám. Từ đó ta xác định được tuổi của mỗi bạn.

Giải.

Theo tình huống của bài toán thì bạn 6 tuổi đang trò chuyện với bạn Bảy. Do đó bạn 6 tuổi không thể có tên là Bảy. Vì tuổi của mỗi bạn không trùng với tên của mình nên bạn 6 tuổi không có tên là Sáu. Vậy bạn 6 tuổi tên là Tám.

Bạn Bảy không thể 7 tuổi hoặc 6 tuổi nên bạn Bảy 8 tuổi. Cuối cùng bạn Sáu 7 tuổi.

Đáp số: bạn Sáu: 7 tuổi; bạn Bảy: 8 tuổi; bạn Tám: 6 tuổi.

Bài tập tự luyện:

1. Tuổi trung bình của một đội bóng đá gồm 11 cầu thủ là 22. Nếu không tính đội trưởng thì tuổi trung bình của 10 cầu thủ còn lại chỉ là 21. Tính tuổi của đội trưởng ?

2. Trung bình cộng số tuổi của hai anh em ít hơn tuổi anh là 4 tuổi. Hỏi anh hơn em mấy tuổi ?

3. Tuổi trung bình của hai anh em hơn tuổi em là 3 tuổi. Hỏi anh hơn em mấy tuổi ?

4. Cách đây 4 năm, tuổi của Hương bằng $\frac{1}{5}$ tuổi mẹ. Năm nay Hương 11 tuổi. Tính tuổi của mẹ hiện nay.

5. Tổng số tuổi của hai anh em hiện nay là 28 tuổi. Cách đây 10 năm, người em kém người anh 2 tuổi. Tính tuổi của mỗi người hiện nay.

6. Năm nay Bắc 10 tuổi, anh trai 14 tuổi. Hỏi tuổi của Bắc và anh trai lần lượt bao nhiêu tuổi khi tổng số tuổi của hai anh em là 50 tuổi ?

7. Mẹ sinh Hoàng khi mẹ 24 tuổi. Đến năm 2017, tính ra tổng số tuổi của Hoàng và mẹ là 44 tuổi. Hỏi Hoàng sinh vào năm nào ? Mẹ của Hoàng sinh vào năm nào ?

8. Tổng số tuổi của hai anh em là 25. Nếu bớt tuổi anh đi 3 tuổi, thêm vào tuổi em 2 tuổi thì tuổi của hai anh em bằng nhau. Tính tuổi anh, tuổi em.

9. Hiện nay tổng số tuổi của bà, mẹ và Hoa là 98 tuổi, tuổi Hoa kém tuổi mẹ 26 tuổi. Biết 3 năm trước tuổi của bà hơn tổng số tuổi của mẹ và Hoa là 21 tuổi. Tính tuổi của mỗi người hiện nay.

10. Hiện nay tổng số tuổi của ba cha con là 62. Sau 5 năm nữa thì tuổi của cha nhiều hơn tổng số tuổi của hai con là 23 và nhiều hơn số tuổi của con thứ hai là 39. Tính tuổi hiện nay của cha, con thứ nhất và con thứ hai.

11. Hiện nay mẹ 31 tuổi. Sau 20 năm nữa tuổi của mẹ sẽ bằng tổng số tuổi của con trai và con gái. Tính tuổi hiện nay của con trai và con gái, biết rằng con trai kém con gái 3 tuổi.

12. Tổng số tuổi của hai cha con là 64. Tuổi cha kém 3 lần tuổi con là 4 tuổi. Tính tuổi mỗi người.

13. Tổng số tuổi của hai mẹ con là 58. Tuổi mẹ hơn 4 lần tuổi con là 3 tuổi. Tính tuổi mỗi người.

14. Hiện nay tuổi bà cộng với tuổi cháu là 70 tuổi. 25 năm nữa thì tuổi của bà sẽ gấp 3 lần tuổi của cháu. Tính tuổi bà, tuổi cháu hiện nay.

15. Hiện nay tuổi mẹ cộng với tuổi con là 65 tuổi. 25 năm nữa thì tuổi của mẹ sẽ gấp 5 lần tuổi của con hiện nay. Tính tuổi con, tuổi mẹ hiện nay.

16. Năm nay mẹ 73 tuổi. Khi tuổi mẹ bằng tuổi con hiện nay thì tuổi mẹ hơn 7 lần tuổi con lúc đó là 4 tuổi. Tính tuổi con hiện nay.

17. Tuổi cháu hiện nay gấp 3 lần tuổi cháu khi tuổi cô bằng tuổi cháu hiện nay. Khi tuổi cháu bằng tuổi cô hiện nay thì tổng số tuổi của hai cô cháu là 96. Tính tuổi hiện nay của mỗi người.

18. Năm nay tuổi cô gấp 6 lần tuổi cháu. Đến khi tuổi cháu bằng tuổi cô hiện nay thì tuổi của hai cô cháu cộng lại bằng 68. Tính tuổi cô và tuổi cháu hiện nay.

19. Tổng số tuổi của hai chị em là 32 tuổi. Khi tuổi chị bằng tuổi em hiện nay thì tuổi chị gấp 3 lần tuổi em. Tính tuổi của mỗi người hiện nay.

20. Năm nay mẹ 36 tuổi, con gái 8 tuổi, con trai 4 tuổi. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa thì tuổi mẹ gấp đôi tổng số tuổi của con gái và con trai ?

21. Hiện nay bà 70 tuổi, cháu gái 12 tuổi, cháu trai 8 tuổi. Hỏi sau đây bao nhiêu năm thì tuổi bà bằng hai lần tổng số tuổi của hai cháu ?

22. Tuổi mẹ hơn 3 lần tuổi con là 8 tuổi. Mẹ hơn con 28 tuổi. Tính tuổi mỗi người.

23. Tuổi con nhiều hơn $\frac{1}{4}$ tuổi bố là 2 tuổi. Bố hơn con 40 tuổi. Tính tuổi con, tuổi bố.

24. Toán hỏi Hồng và Hà: “Năm nay, cô chủ nhiệm lớp các bạn bao nhiêu tuổi?”. Hà cười: “Sang năm, tuổi cô sẽ gấp 3 lần tuổi mình!”. Hồng cũng cười vui vẻ: “Cách đây 5 năm, tuổi cô gấp 5 lần tuổi mình”. Nếu Hồng và Hà bằng tuổi nhau thì em có thể nói cho Toán biết tuổi của cô không?

(Đề thi Olympic Toán Tuổi thơ lần thứ hai năm 2006)

25. Tuổi mẹ năm nay gấp 7 lần tuổi con. Hai mươi năm sau tuổi mẹ gấp đôi tuổi con. Tính tuổi của mỗi người khi tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con.

(Đề thi Olympic Toán Tuổi thơ lần thứ ba năm 2007)

26. Hiện nay mẹ 36 tuổi, con trai 10 tuổi, con gái 5 tuổi. Hỏi mấy năm nữa thì tuổi mẹ bằng tổng số tuổi của hai con? Năm đó mẹ bao nhiêu tuổi?

27. Tuấn hỏi ông nội: “Thưa ông, ông bao nhiêu tuổi ạ?”. Ông trả lời: “Số chỉ tuổi ông là một số chẵn. Nếu viết các chữ số chỉ tuổi ông theo thứ tự ngược lại thì được số chỉ tuổi bố cháu. Nếu cộng các chữ số chỉ tuổi bố cháu thì được số chỉ tuổi cháu. Tuổi của ông, tuổi của bố, tuổi cháu cộng lại bằng 144”. Em hãy tính tuổi của ông Tuấn.

28. Năm nay Hồng 8 tuổi. Một hôm, bạn ấy hỏi tuổi của mẹ, mẹ đã trả lời bạn ấy rằng: “Khi con bằng tuổi mẹ hiện nay thì mẹ 54 tuổi”. Hỏi năm nay mẹ của Hồng bao nhiêu tuổi?

29. Tuổi Sóc Nâu gấp hai lần tuổi Sóc Đen. Sóc Đen có số hạt dẻ gấp 3 lần số hạt dẻ của Sóc Nâu. Số chỉ hạt dẻ của Sóc Đen hơn số chỉ tuổi của Sóc Nâu là 28 và số chỉ hạt dẻ của Sóc Nâu lại gấp 3 lần số chỉ tuổi của Sóc Đen. Hỏi tuổi và số hạt dẻ của Sóc Nâu và Sóc Đen là bao nhiêu?

30. Hai mẹ con bé Ngọc đang dạo chơi ngoài công viên, một người khách đến gần và hỏi:

- Con gái chị mấy tuổi rồi?

Mẹ Ngọc trả lời:

- Tôi năm nay trên 20 tuổi và dưới 40 tuổi. Mỗi lần sinh nhật tôi, cha tôi đều tặng cho tôi một cái bút còn mỗi lần sinh nhật con gái tôi, ông ngoại cháu không quên mua tặng cháu một con búp bê. Năm nay đếm thấy số bút gấp 4 lần số búp bê. Năm ngoái tuổi tôi và tuổi con gái tôi đều chia hết cho 3.

Người khách đó nhắm tính rồi nói ngay được tuổi của bé Ngọc. Bạn có biết người đó tính thế nào không?

Phan Duy Nghĩa (*Sở GD&ĐT Hà Tĩnh*)